

# Méthodes de travail dans les réseaux GNSS

## 3<sup>e</sup> partie

### Méthodes du "statique multi-stations"

■ Romain LEGROS - Laurent MOREL - Flavien VIGUIER - Florian BIROT

Après avoir abordé dans le numéro 132 la méthode du "filtrage et moyenne de positions NRTK" et dans le numéro 133 les méthodes indirectes du "pivot central ou de la station virtuelle", nous continuons notre progression par ordre de complexité croissante à la recherche de la classe de précision "ultime", toujours avec un mobile stationnaire, à travers cet article sur la méthode du statique "multi-stations" :

#### MOTS-CLÉS

GNSS, NRTK, RTK, PPK, NPPK, Statique, Statique rapide, RGP, réseaux temps réel

La réalisation d'observations GNSS de qualité					
Levers cinématiques				Levers statiques	
Calcul des positions en temps réel		Calcul des positions en temps différé		Calcul des positions en temps différé	
NRTK	RTK "Pivot libre"	NPPK	PPK "Pivot libre" (physique ou virtuel)	Filtrage et moyenne de positions obtenues en NRTK	Statique et statique rapide "multi-stations"
					Méthodes "indirectes" du "pivot central" ou de la "station virtuelle"

Tableau 1. Structure du document. Les différentes techniques de positionnement GNSS en réseau apparaissent sur la dernière ligne du tableau, la méta-fiche relative à la réalisation d'observations de qualité étant quant à elle représentée sur la première ligne du tableau.

**A noter que le document "Méthode de travail dans les réseaux GNSS" vient d'être mis en ligne et peut être librement téléchargé à l'adresse suivante : <http://geopos.netne.net/spip.php?rubrique55>**

La structure de cet article reprend la trame de la fiche correspondante du document "Méthodes de travail dans les réseaux GNSS" en développant un exemple numérique afin d'étayer le propos, cet exemple consistant à calculer les coordonnées d'une station inconnue portant l'acronyme CHIN (CHINON, Indre-et-Loire) à partir des 3 ou 4 stations RGP voisines.

### Objectifs et applications

La méthode du statique "multi-stations" permet d'aller au bout de ce qu'il est possible d'obtenir par méthodes GNSS, tant en terme d'exactitude que de précision : cette méthode permet en effet de déterminer les coordonnées très précises (classe de précision inférieure à 2 cm avec des logiciels "com-

merciaux") voire extrêmement précises (classe de précision infra-centimétrique en prenant certaines précautions et avec des logiciels "scientifiques") de points stationnés de quelques dizaines de minutes ou dizaines d'heures (précision 3D à 1 $\sigma$ ). Cette méthode peut donc être utilisées pour :

- Mettre en référence une station de référence pseudo-permanente (ou base ou pivot) afin de réaliser un lever suivant la méthode statique du "pivot central" ou les méthodes cinématiques RTK ou PPK "pivot libre" (se référer aux deux fiches afférentes du document "Méthodes de travail dans les réseaux GNSS" pour de plus amples informations).
- Mettre en référence un lever obtenu par méthodes optiques (topométriques) ou photogrammétriques en déterminant les coordonnées des points d'appui d'un canevas local.
- Effectuer le contrôle absolu d'un lever obtenu par méthodes topographiques tierces (GNSS cinématiques de type RTK, PPK, NRTK, NPPK, – GNSS statiques de type "pivot central" ou "station virtuelle" – Station optique).

- Suivre très précisément l'évolution des coordonnées d'un point.

### Matériels et logiciels nécessaires

- Au moins un récepteur GNSS permettant de mesurer la phase, de préférence bifréquences, équipé d'un trépied ou *a minima* d'un bipode permettant de le laisser en place sur le point stationné de manière suffisamment stable pendant plusieurs dizaines de minutes.
- Un logiciel de post-traitement installé sur un poste informatique pouvant se connecter à Internet afin de récupérer les observations GNSS réalisées sur un certain nombre de stations permanentes de référence appartenant à un réseau GNSS (typiquement le RGP) ainsi que les divers produits utiles (éphémérides précises, modèles ionosphériques, etc.) afin de calculer des lignes de base par multi-différenciation. Ce logiciel devra éventuellement permettre d'effectuer un calcul en réseau (ajustement libre et/ou contraint suivant la méthode des moindres carrés).

## Principe de la méthode

Le lever est fait à partir de données brutes faites sur le "mobile" et sur plusieurs stations de référence d'un réseau permanent. On calcule en post-traitement les coordonnées RGF93 du point stationné par intersection des lignes de base le séparant des différentes stations de référence utilisées.

## Planification de la mission

### ■ Détermination des stations de référence à utiliser

Choisissez au moins deux stations permanentes afin de calculer la position du mobile :

1. Par intersection de deux lignes de base si votre logiciel de post-traitement est capable de réaliser un ajustement
2. Par moyenne des deux jeux de coordonnées obtenus si votre logiciel de post-traitement GNSS ne permet pas de réaliser un ajustement

Le fait d'utiliser trois stations permanentes permet de détecter une éventuelle faute de calcul ou d'éliminer la ligne de base apportant le plus d'imprécision dans la solution tandis qu'une quatrième station permet d'effectuer un éventuel contrôle. Idéalement, il faut donc disposer de 3 stations permanentes plaçant le mobile au barycentre d'un triangle équilatéral (critères géométriques d'une triangulation de Delaunay) tout en disposant d'une quatrième station située à proximité du mobile dont les coordonnées ne sont pas fixées lors de la phase d'ajustement afin de contrôler la qualité de la mise en référence du mobile en comparant pour cette quatrième station les coordonnées issues du calcul à ses coordonnées publiées.

Les figures 1 et 2 illustrent respectivement le cas simple à trois stations "en étoile" et le cas "évolué" à 4 stations "en réseau" permettant de contrôler la qualité de la mise en référence effectuée :

Deux critères topologiques doivent guider votre choix dans la sélection des stations de référence à savoir proximité et répartition. Il convient de choisir les stations de référence permettant de former les lignes de base les plus courtes

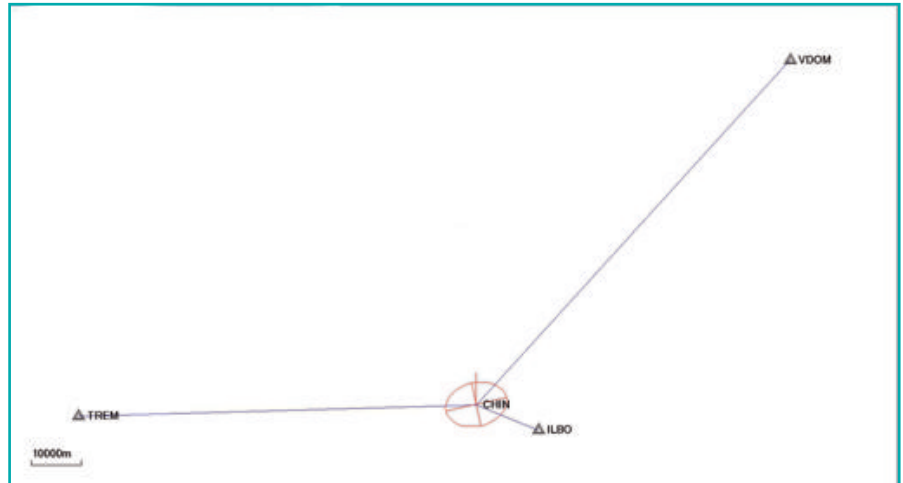


Figure 1. Calcul des coordonnées de la station CHIN à partir des 3 stations RGP l'entourant suivant les critères géométriques d'une triangulation de DELAUNAY (ILBO, VDOM et TREM).

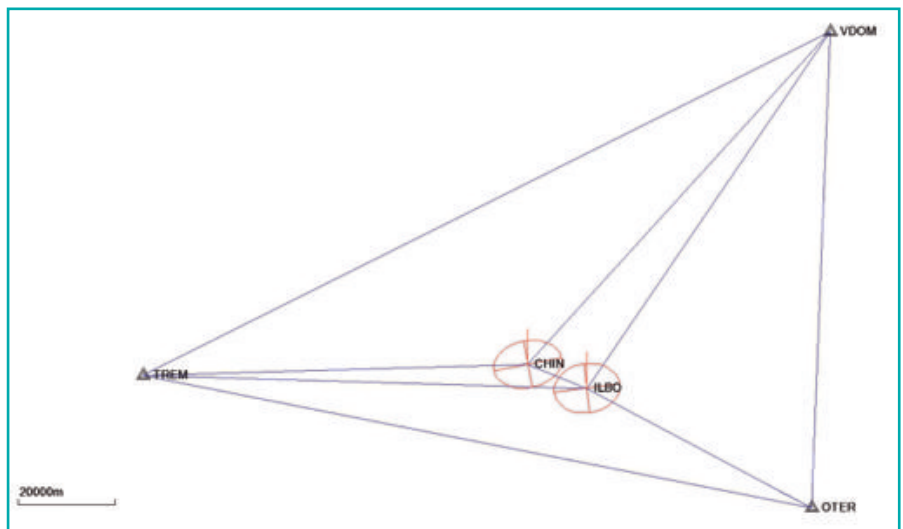


Figure 2. Calcul des coordonnées de la station CHIN à partir des 4 stations RGP l'entourant suivant les critères géométriques d'une triangulation de Delaunay (ILBO, VDOM, TREM et OTER), la plus proche de ces stations (ILBO) n'étant pas fixée afin de servir de contrôle.

possible s'interceptant le plus possible à angles droits afin de limiter au maximum sur le point calculé le volume formé par l'intersection des ellipsoïdes d'erreurs associés à chacune des lignes de base.

Pour des applications topographiques avec des logiciels commerciaux, les lignes de base ne doivent normalement pas excéder 200 km sauf en prenant des précautions particulières.

Les stations de référence servent à se rattacher au système géodésique légal en vigueur à savoir le RGF93 : elles doivent donc être référencées dans ce système ou pour des stations frontalières dans une réalisation d'un système compatible avec le RGF93 et très bien déterminé (système ETRS89 et réalisations

associées ETRF) permettant une transformation fiable et précise.

Le RGP apporte une couverture dense sur le territoire français (346 stations au 01/02/13). Les données de ce réseau GNSS sont fournies sur le site Internet du RGP au plus tard 1 heure après la dernière heure d'observation (<http://rgp.ign.fr/>).

### ■ Evaluation des temps de mesure

De manière à avoir le maximum de précision sur les coordonnées du point stationné, vous devez chercher à fixer les ambiguïtés entières sur toutes les fréquences mesurées, objectif pour lequel il vous faut un certain volume minimum de mesure et donc un certain temps d'observation.

L'équation ci-dessous permet de donner une idée de la durée de station à respecter, 10 minutes étant donc un strict minimum.

$$\text{temps de station} = 10 \text{ minutes} + 1 \text{ minute par kilomètre de ligne de base} + 1 \text{ minute par } 100 \text{ mètres de dénivelée}$$

**Équation 1.** Temps de station nécessaire en fonction des paramètres d'une ligne de base.

Cependant et vu l'utilisation des points obtenus (contrôle, mise en référence de pivots, etc.), vous ne devez prendre aucun risque quant à la bonne détermination du mobile car une erreur sur sa position peut rendre vain une ou plusieurs journées de travail sur le terrain. En fonction de la longueur des vecteurs, stationner le pivot a minima une à deux heures, étant entendu que plus la station sera longue, meilleure sera la détermination du point.

Dans l'exemple qui nous intéresse, la station CHIN a été stationnée 24 heures.

## Phase terrain

### ■ Choix de l'emplacement et monumentation du point

Cette phase de planification réalisée, installez le mobile sur un point sécurisé, stable, bien dégagé et permettant la réalisation d'observations GNSS de qualité conformément aux prérequis présentés dans le document "Méthodes de travail dans les réseaux GNSS".

Une fois l'emplacement choisi, matérialisez au sol le point à stationner à



**Figure 3.** Exemple d'installation d'un récepteur GNSS en mode statique.

l'aide d'un repère stable (clou, borne, etc.).

### ■ Installation des équipements

Procédez à l'installation du mobile en prenant soin de monter le trépied ou le bipode de la manière la plus stable possible, de centrer et de buller convenablement l'embase ou la canne sur laquelle est fixée l'antenne. Lors de cette phase, il faut particulièrement veiller à bien enfoncer les pieds du trépied ou du bipode dans le sol et à serrer convenablement les vis de réglage dudit trépied ou bipode.

En cas de forte chaleur et de forte exposition au rayonnement solaire, préférez utiliser un trépied en bois ou une canne et un bipode en fibres composites plutôt qu'en aluminium pour limiter les phénomènes de dilation et si nécessaire n'hésitez pas à créer une zone d'ombre à l'aide d'un parasol posé au sol permettant d'abriter le trépied sans masquer l'antenne.

Mesurez alors la hauteur d'antenne selon les recommandations de l'équipementier choisi, soit de manière inclinée soit orthogonalement.

N'oubliez pas de mesurer les hauteurs d'antenne (3 lectures les plus indépendantes possible) et de vérifier le bullage de l'embase en fin de session afin de s'assurer de la stabilité effective de la mise en station.

## Phase bureau

### ■ Choix des lignes de base et des sessions de mesure

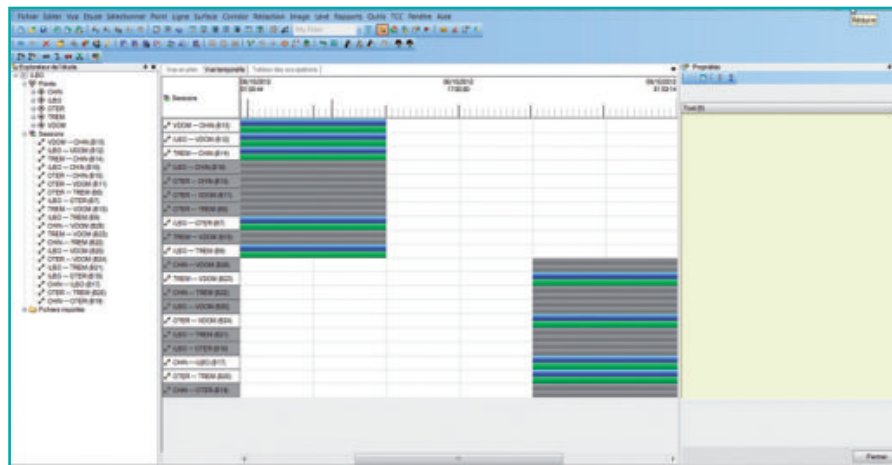
De retour au bureau, sélectionnez pour

les lignes de base retenues les sessions de mesure que vous utiliserez afin qu'il n'y ait pas de dépendance linéaire au sein du réseau, c'est-à-dire de manière à faire en sorte qu'on ne puisse pas revenir sur un même point en suivant des lignes de base observées au même moment. En procédant de la sorte, vous évitez la propagation d'erreurs liées à des conditions d'observation particulières (biais global des paramètres d'état du système).

Pour ce faire, téléchargez les observations nécessaires pour les stations de référence utilisées et désactivez les sessions correspondantes comme illustré sur la *figure 4*. A noter que le cas simple à 3 stations "en étoile" ne permet pas, par définition, de procéder à cette étape de sélection des sessions visant à casser la dépendance linéaire pouvant exister au sein de la figure formée. Si un biais existe sur un des paramètres d'état du système lors de la session de mesure réalisée, il n'y aura aucun moyen de s'en apercevoir, sauf à utiliser une deuxième session de mesure pour au moins une des lignes de base considérée, impliquant donc d'au moins doubler les temps de station pour le mobile...

### ■ Masque d'élévation

A partir des observations, calculez chaque ligne de base avec un masque d'élévation de 10-15°. Cette procédure vous permettra d'utiliser une constellation bien répartie tout en ne prenant pas en compte les satellites les plus bas sur l'horizon. En effet, les délais de propagation atmosphérique des signaux de



**Figure 4.** Sélection des sessions de mesure pour les lignes de base du réseau formé *figure 2* afin de casser la dépendance linéaire pouvant exister au sein de la figure formée.



ces satellites sont les plus importants, et les sources de perturbation desdits signaux sont donc inacceptables pour la classe de précision recherchée. Le masque d'élévation est réglé sur 10° dans l'exemple considéré.

### ■ Intervalle de traitement

Choisissez un intervalle de traitement de 15 ou 30 secondes afin de limiter le phénomène de corrélation temporelle qui engendrerait artificiellement de trop bons résultats. En effet, en traitant les lignes de base avec un intervalle de traitement de 1 seconde, le volume de données est certes plus important mais nettement moins significatif en terme d'évolution des conditions atmosphériques (ionosphère, troposphère) et des potentiels artefacts liés au nombre des satellites, leur état de santé et leur disposition géométrique (DOP). A 1 hertz, les positions sont moins indépendantes qu'à une fréquence plus faible, alors que le fait de disposer de mesures indépendantes est un prérequis de base pour tous les traitements statistiques impliqués lors du calcul des positions. L'intervalle de traitement est réglé sur 30 secondes dans l'exemple considéré.

### ■ Modèles d'antenne à utiliser

Les décalages de centre de phase des antennes (PCO pour *Phase Center Offset*) doivent être correctement renseignés dans le logiciel de post-traitement utilisé.

En l'état actuel, il est recommandé d'utiliser des modèles de calibration absolus, un fichier formaté étant disponible sur le site de l'IGS (*International GNSS Service*) à l'adresse suivante : <http://igsb.jpl.nasa.gov/igsb/station/general/igs08.atx> ou sur le site du RGP en téléchargeant le fichier ngs08.atx (<http://rgp.ign.fr/STATIONS/antennes.php>). Les variations du centre de phase en fonction de l'élévation et de l'azimut des satellites (PCV pour *Phase Center Variation*) peuvent être utilisées. Dans ce cas, les antennes devront être orientées de manière similaire, c'est-à-dire au Nord géographique de manière à ce que la position du centre de phase puisse correctement être déterminée pour chaque antenne époque après époque. Le modèle de calibration absolu des antennes mis à disposition par le NGS est utilisé dans l'exemple considéré.

### ■ Fréquences et constellations à utiliser

Lors de la réalisation de tels calculs où la précision optimale est recherchée, il est dans un premier temps préférable de travailler en mode GPS seul. En effet, un calcul GNSS trop complexe peut induire une perte de précision si l'opérateur ne respecte pas certaines précautions. Sans entrer trop dans les détails, nous pouvons citer les problématiques suivantes :

1. Synchronisation temporelle des différentes constellations.
2. Mise en référence des orbites des satellites dans un système géodésique commun.
3. Normalisation des bruits interférences sur le mobile ainsi que sur les différentes stations de référence utilisées, notamment dans un contexte multimarque.

Notez alors que cette stratégie n'est pas trop pénalisante pour ce type de lever. En effet, on cherche principalement ici à déterminer des points de contrôle (ou des points de base), il est donc aisé pour de tels points de se mettre dans des endroits parfaitement stationnables par méthodes GNSS.

Toutefois, les observations GLONASS peuvent être utilisées en cas de problème majeur (impossibilité de résoudre les ambiguïtés entières sur une ligne de base) afin d'améliorer les DOPs et d'augmenter significativement la quantité de données observées (nombre d'équations d'observation).

Lors du calcul, cherchez tout d'abord à fixer les ambiguïtés entières sur L1 et L2 pour l'ensemble des lignes de base. Pour celles ne passant pas de la sorte (solution flottante, plutôt pour des longues lignes de base), utilisez une combinaison linéaire des phases des fréquences L1 et L2 appelée combinaison "iono free" et notée L3 ou LC permettant de s'affranchir de toute influence ionosphérique.

Remarques : il est à noter qu'il est préférable d'utiliser la combinaison "iono free" pour des lignes de base supérieures à 15 km. Pour les courtes lignes de base préférez la fixation des ambiguïtés sur L1 et L2.

Dans l'exemple considéré, les fréquences L1 et L2 des constellations

GPS et GLONASS sont utilisées dans la mesure où les ambiguïtés entières ont pu être fixées de la sorte, maximisant ainsi le nombre de satellites utilisables et donc les DOPs associés au calcul de chaque position.

### ■ De l'utilité d'utiliser des éphémérides précises

Les éphémérides radiodiffusées sont transmises dans le message de navigation des satellites. Elles donnent la position en temps réel de chaque satellite avec une précision de l'ordre de 100 cm ainsi que le décalage de l'horloge du satellite dans le temps de la constellation considérée à 5 ns soit une erreur de 1,5 m en terme de pseudo distance. Avec un rayon orbital de l'ordre de 20 000 km, on obtient un écart relatif de position de l'ordre de  $10^{-7}$ . Un tel écart donne par conséquent des résultats centimétriques en planimétrie pour des lignes de base de l'ordre de 100 km.

Les éphémérides précises sont délivrées par l'IGS (*International GNSS Service*), dans des délais différents suivant la précision fournie. Il en existe quatre types : les ultra-rapides observées, les ultra-rapides prédites, les rapides et les finales tel que décrit sur cette page : <http://igsb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>.

Elles fournissent toutes une précision géométrique du centre de masse des satellites considérés inférieure ou égale à 5 centimètres ainsi qu'un décalage de l'horloge du satellite de l'ordre de 150 ps pour les éphémérides ultra-rapides observées soit une erreur de 4,5 cm en terme de pseudo-distance. L'écart relatif est donc de l'ordre de  $10^{-9}$  permettant par conséquent d'autoriser des résultats millimétriques en planimétrie pour des lignes de base de 100 km. Ceci dit, elles ne contiennent pas la position du point de référence de l'antenne émettant le signal (ARP pour *Antenna Reference Point*) relativement au centre de masse du satellite, les paramètres d'orientation du satellite étant inconnus. Leur intérêt réside donc principalement dans l'amélioration des horloges.

En ce sens et à la recherche de la meilleure précision possible dans la détermination des coordonnées du mobile, il est recommandé d'utiliser des

éphémérides précises téléchargeables sur le site du RGP à l'adresse suivante : <ftp://rgpdata.ign.fr/pub/products/ephemerides/>.

Dans la suite du calcul les éphémérides finales sont utilisées, tant pour les constellations GPS que GLONASS.

### ■ De l'utilité d'utiliser un modèle ionosphérique et un modèle troposphérique

Il est possible d'utiliser un modèle ionosphérique ainsi qu'un modèle troposphérique précis pour ce type de calcul où nous cherchons à obtenir la meilleure classe de précision possible. En effet, les effets ionosphériques et troposphériques ne peuvent être totalement annulés par le calcul différentiel du fait de la trop grande décorrélation des observations lorsqu'elles sont réalisées à plusieurs dizaines de kilomètres. Des modèles numériques sont disponibles sur plusieurs sites Internet notamment sur le site du RGP aux adresses suivantes pour respectivement la partie ionosphérique et troposphérique : <http://rgp.ign.fr/PRODUITS/iono.php> et <http://rgp.ign.fr/PRODUITS/tropo.php>.

Pour la troposphère et à défaut de pouvoir utiliser ces modèles numériques, les logiciels commerciaux permettent d'utiliser des modèles paramétriques permettant d'estimer la teneur en vapeur d'eau de la troposphère en prenant en compte l'élévation et l'azimut des satellites, la température ainsi que la pression atmosphérique (Hopfield, Dry-Neil, Saastomoinen, etc.).

### ■ Les différents indicateurs statistiques utilisés pour qualifier la qualité du calcul d'une ligne de base

A ce stade du rattachement, vous obtenez un ensemble de lignes de base fixées (dont les ambiguïtés entières sont fixées) et un certain nombre d'indicateurs statistiques relatifs à la qualité de ces lignes de base.

En plus du PDOP, du GDOP et du RDOP définis dans les prérequis, il est possible d'analyser les deux indicateurs suivants :

- Ratio : le ratio donne une indication sur la validité statistique de la résolution des ambiguïtés entières déterminées de manière itérative. Les deux

Observations	Type de solution	Précision horizontale (95%)	Précision vert. (95%)	RMS	Longueur
<input checked="" type="checkbox"/> TREM -- ILBO	Fixe	0,002	0,005	0,001	91969,333
<input checked="" type="checkbox"/> TREM -- CHN	Fixe	0,002	0,005	0,005	79656,796
<input checked="" type="checkbox"/> TREM -- OTER	Fixe	0,002	0,005	0,001	141007,696
<input checked="" type="checkbox"/> TREM -- VDOM	Fixe	0,002	0,005	0,001	158036,524
<input checked="" type="checkbox"/> VDOM -- ILBO	Fixe	0,002	0,005	0,001	89377,878
<input checked="" type="checkbox"/> OTER -- ILBO	Fixe	0,002	0,005	0,001	52699,779
<input checked="" type="checkbox"/> CHN -- ILBO	Fixe	0,003	0,005	0,001	13287,719
<input checked="" type="checkbox"/> OTER -- VDOM	Fixe	0,002	0,005	0,001	98596,621
<input checked="" type="checkbox"/> VDOM -- CHN	Fixe	0,002	0,005	0,003	93087,719

Figure 5. Résultats du calcul des lignes de base dans l'exemple suivi.

meilleures solutions sont alors comparées (ratio) et cet indicateur se doit d'être supérieur à 1,5 pour que la meilleure solution ait de bonnes raisons statistiques d'être retenue.

- RMS : le RMS (Root Mean Square) correspond à la somme quadratique de la moyenne et de l'écart-type des résidus sur le calcul de la ligne de base pour chaque époque. Au final, les résidus (ou bruit de la mesure) sur chaque satellite devraient être centrés en 0 avec un écart-type de plus ou moins 15 mm, le plus souvent possible inférieur à 20 mm en n'excédant jamais 30 mm.

Bien souvent et comme illustré sur la figure 5, vous trouverez également un estimateur statistique des précisions horizontale et verticale généralement donné avec un intervalle de confiance à 95 % ( $2\sigma$ ) :

### ■ Ajustement libre

Nous venons à cette étape de calculer un certain nombre de lignes de base

nous permettant d'accéder aux jeux de coordonnées des points situés à leurs extrémités, uniquement à partir des observations, sans fixer de point.

Nous allons maintenant procéder à une compensation libre afin de répartir, de manière homogène sur l'intégralité du réseau formé, les erreurs sur chacun des jeux de coordonnées obtenus : le principe va alors consister à minimiser par moindres carrés les résidus sur la fermeture du réseau.

Pour le moment, les coordonnées des points de référence n'ont pas encore été prises en compte dans le rattachement. Cette étape, dite de compensation libre, s'applique donc dans le calcul d'un réseau sans véritable mise en référence afin d'en vérifier la cohérence interne. Cette étape permet d'évaluer la qualité interne du réseau en détectant les erreurs et les fautes dans les observations et d'ajuster la précision des observations *a priori* (détermination de la matrice de poids pour l'ajustement par moindres carrés lors de la phase suivante d'ajustement dite à "contraintes minimales").

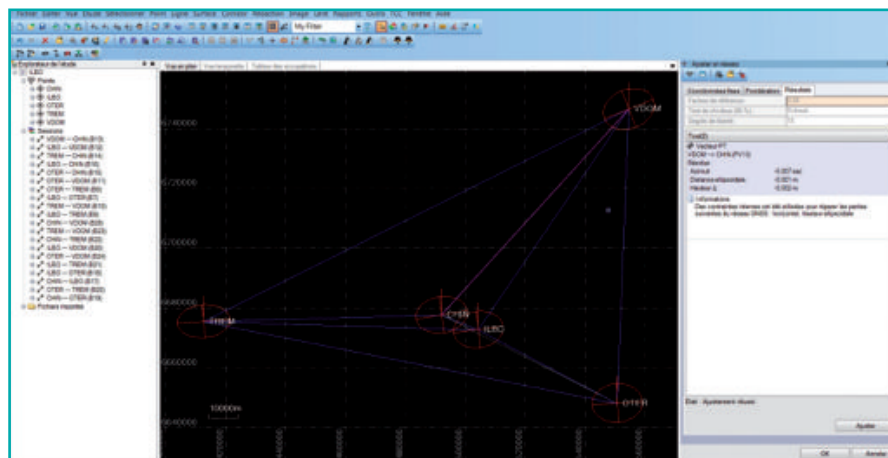
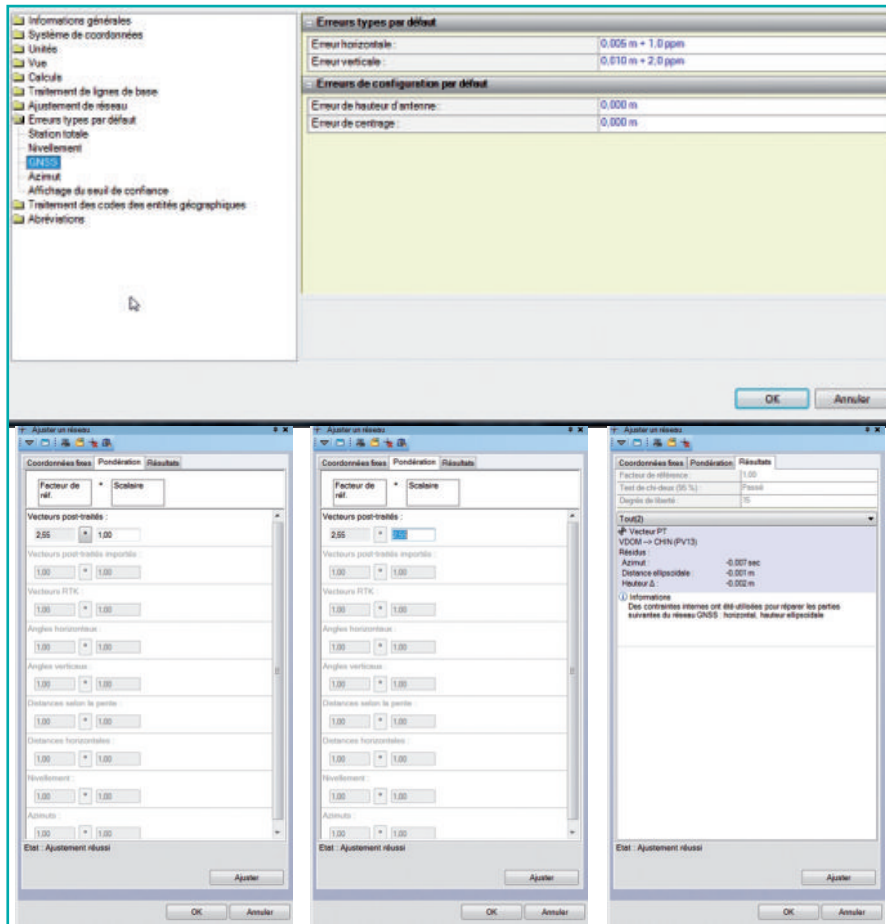


Figure 6. Résultats de l'ajustement libre avec obtention d'un facteur de référence à 2.55.



**Figure 7.** Définition du modèle stochastique utilisé pour les observables GNSS et application d'un scalaire aux erreurs *a priori* pour obtenir un estimateur "robuste" des erreurs *a posteriori*, c'est-à-dire avec un facteur de référence égal à 1.

Un indicateur possible afin de qualifier la qualité de cet ajustement est "l'écart-type de l'unité de poids" ou "variance de référence" ou encore "facteur de référence du réseau" : cet indicateur mesure la dimension des résidus d'observation d'un réseau par comparaison aux erreurs d'observation estimées *a priori* d'après le modèle stochastique théorique associé au type d'observations GNSS réalisées, cet indicateur devant être le plus proche possible de 1. Nous avons alors :

$$\text{Var}_{\text{référence}} = \frac{\text{Var}_{\text{observés}}}{\text{Var}_{\text{estimés}}}$$

**Équation 2.** Variance de référence ou écart-type de l'unité de poids ou encore facteur de référence du réseau.

Les erreurs *a posteriori* (erreurs sur le point après ajustement libre) sont alors calculées en multipliant les erreurs *a priori* (erreurs matérialisées par les ellipses d'erreurs sur chaque ligne de

base) par la variance de référence résultant d'une compensation. Cela signifie que lorsque la variance de référence est voisine de 1, les erreurs estimées *a priori* sont cohérentes avec les erreurs résultant de la compensation

libre (résidus). En d'autres termes, cela signifie que les erreurs répercutées sur un point lors de la compensation libre pour le faire coller à ses homologues déterminés à partir d'autres lignes de base sont cohérentes avec les erreurs estimées sur chacune des lignes de base. Cette valeur indique donc la qualité de la correspondance des erreurs *a posteriori* de l'ajustement avec les résidus d'observation et donc d'estimer avec quel degré de succès les erreurs d'ajustement *a priori* (pré-ajustement) correspondent aux erreurs *a posteriori* (post-ajustement). Plus cette variance de référence est proche de 1, plus le modèle stochastique utilisé est en adéquation avec la qualité des observations et du moteur de calcul utilisé.

Dans l'exemple qui nous intéresse (cf. figure 6), le facteur de référence du réseau est de 2.55 après ajustement libre.

Comme illustré sur la figure 7, les erreurs *a priori* issues du calcul des lignes de base prenant en compte les données du modèle stochastique définies dans le projet (modèle d'erreur choisi pour les observations GNSS) sont multipliées par ce facteur de référence (application d'un scalaire) pour estimer les erreurs *a posteriori*.

### ■ Fermeture de boucles

Cette première grande étape de validation des observations se termine, le cas échéant, c'est-à-dire lorsque les lignes de base retenues pour le calcul forment des triangles, par l'analyse de la ferme-

Informations relatives à l'étude		Système de coordonnées	
Nom:	C:\Users\ROMAIN\Desktop\ILBO-Cas-Elabéré.vce	Nom:	France
Taille:	687 KB	Date:	RGF93
Méthode:	16 02 2013 14:50:04 (UTC:1)	Zone:	Lambert 93
Fuseau horaire:	Paris, Madrid	Océide:	RAF09 (France)
Numéro de référence:	ILBO	Datum vertical:	
Description:	Calcul de la station RGP ILBO		

Résultats de fermeture de boucle GNSS					
Récapitulatif					
Étapes dans la boucle :					
Nombre de boucles:	7				
Nombre réussi:	7				
Nombre échoué:	0				
Centres de résultats échec					
Meilleure:		0,004	0,001	0,003	0,009
La plus mauvaise:		0,012	0,008	0,011	0,030
Boucle moyenne:	28238,166	0,009	0,003	0,007	0,034
Erreur standard:	73779,141	0,009	0,006	0,007	0,014

**Figure 8.** Rapport de fermeture de boucle montrant une fermeture 3D moyenne à 9 mm avec un écart-type à un sigma de 9 mm.

ture des boucles joignant l'ensemble des points de votre réseau afin de juger de la cohérence des coordonnées ainsi trouvées. Les résultats de fermeture de boucles sont également consultables dans un rapport fourni par le logiciel de post-traitement et témoignent de la qualité géométrique de la figure que vous venez de former.

Le principe de cette fermeture de boucle consiste alors, partant d'un point, à calculer les coordonnées du point suivant en considérant un vecteur donné et ainsi de suite jusqu'à revenir au point de départ pour comparer les coordonnées initiales et finales comme illustré sur la figure 8.

### ■ Ajustement à contraintes minimales

La figure géométrique formée par les vecteurs de votre réseau va maintenant être "translatée" sur un seul et unique point de référence afin d'évaluer la correspondance de votre solution avec le réseau géodésique de référence.

Les résultats sont là aussi repris en intégralité dans un rapport fourni par le logiciel de post-traitement utilisé.

Là aussi une variance de référence est généralement fournie ainsi qu'un tableau des résultats dont l'analyse permet de se faire une idée assez juste des points que vous pourrez utiliser comme points de contrôle dans la prochaine étape.

### ■ Ajustement contraint

Nous allons maintenant bloquer les coordonnées des points de référence utilisés afin de trouver par moindres carrés les trois composantes d'un vecteur de translation, les trois rotations et le facteur d'échelle (7 paramètres) permettant de passer du référentiel de vos observations (système de référence utilisé contraint sur un seul point) vers le système de référence national en vigueur en minimisant les résidus entre les coordonnées issues de la compensation à contraintes minimales et les coordonnées des points de référence utilisés.

Travaillant en trois dimensions, il nous faut donc un minimum de trois points de référence (9 observations pour 7 inconnues) pour pouvoir résoudre le système. Les résultats sont généralement repris en détails dans le rapport d'ajustement contraint fourni par le logiciel utilisé, avec là aussi une variance de référence

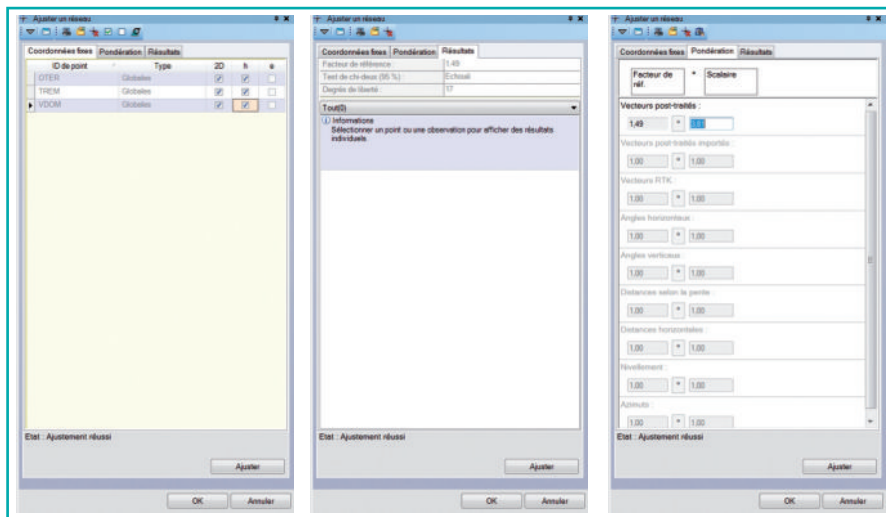


Figure 9. Facteur de référence du réseau de 1,49 après ajustement contraint dont l'effet vient s'ajouter au facteur de référence de 2,55 obtenu lors de la phase d'ajustement libre (multiplication des erreurs *a priori* par 2,55 puis par 1,49 soit un total de 3,79 pour obtenir les erreurs *a posteriori* après ajustement contraint - A noter que le facteur de référence total du réseau est affiché à 3,81 dans la mesure où les valeurs renvoyées dans l'interface du logiciel sont arrondies).

idéalement égale à 1 et traduisant de l'importance de la déformation à apporter à la figure géométrique formée par les différentes lignes de base pour "l'arrimer" aux différents points de contrôle.

Voici sur la figure 9 les résultats de cette étape dans l'exemple nous intéressant.

### ■ Les moyens de contrôle envisageables

#### Contrôles internes ou relatifs :

Il est possible de se contrôler en effectuant plusieurs déterminations indépendantes du même point, plus ce nombre de déterminations indépendantes étant important, plus les coordonnées fournies *in fine* étant fiables. Outre le fait d'utiliser des observations indépendantes, le fait d'utiliser d'autres stations de référence que celles ayant servi à la première détermination du point est un bon moyen de rendre le calcul de contrôle le plus indépendant possible du calcul initial.

Notez que dans cet ordre d'idées, la stratégie de calcul peut également être modifiée, toujours afin de rendre les deux déterminations les plus indépendantes possible [masque d'élévation, intervalle de traitement, nature des éphémérides, des constellations et/ou fréquences et des modèles externes utilisés (ionosphère et troposphère)].

#### Contrôles externes ou absolus et liens avec l'arrêté du 16 septembre 2003

Les moyens suivants permettent, du plus simple au plus compliqué, de procéder à un contrôle absolu de votre lever statique "multi-stations".

1. Inclusion de stations complémentaires du RGP (ne participant pas au rattachement) : comme nous l'avons déjà évoqué, le fait d'utiliser une ou plusieurs stations du RGP dans le calcul sans en contraindre les coordonnées permet de disposer d'autant de points de contrôle absolus.
2. Mise en place simultanée d'autres capteurs sur des points référence pour avoir des points de contrôle : dans le même ordre d'idées et si aucune station du RGP ne pouvait convenir comme point de contrôle car trop éloigné des points à stationner avec le mobile, l'utilisateur pourra mettre en place un ou plusieurs autres capteurs GNSS sur des points connus en coordonnées à proximité du chantier (RBF, NGF, autres...) afin de disposer d'autant de points de contrôle.
3. Détermination des points levés par PPP : les observations du pivot peuvent enfin être traitées par une méthode de calcul complètement indépendante comme le "Precise Point Positioning (PPP)". Cette indication est cependant donnée en tant

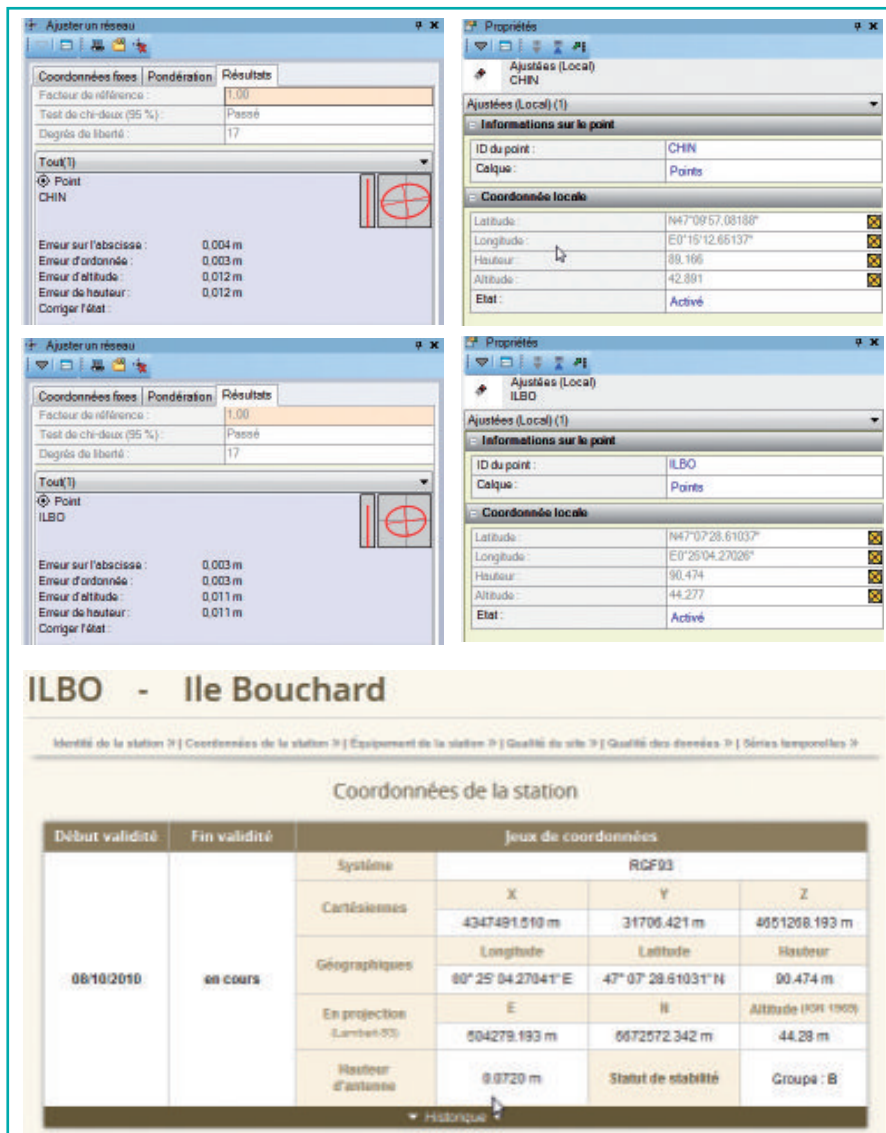


Figure 10. Résultats pour la station CHIN pour le cas évolué “en réseau” et contrôle sur la station RGP ILBO en considérant ses coordonnées publiées sur le site du RGP (<http://rgp.ign.fr/STATIONS/#ILBO>).

qu’information dans la mesure où aucun logiciel commercial ne fait du PPP “état de l’art” avec notamment une prise en compte de la surcharge océanique et des modèles fin d’estimation de la teneur en vapeur d’eau de la troposphère. Par ailleurs, le passage de l’ITRF “époque courante” dans lequel sont exprimées les éphémérides vers le RGF93 est également “délicat”, réservant la méthode à un public d’utilisateurs “avertis”.

## Conclusions

Nous obtenons au final les coordonnées de la station CHIN telles que reprises figure 10, le contrôle sur la sta-

tion RGP ILBO montrant un écart 3D aux coordonnées publiées de 3,7 mm. Les ellipsoïdes d’erreur associés aux stations ILBO et CHIN étant similaires, il y a donc “de bonnes chances” que

les coordonnées RGF93 calculées pour la station CHIN aient également une classe de précision infra-centimétrique. Les coordonnées et l’ellipsoïde d’erreurs trouvés pour cette même station CHIN suivant la stratégie consistant à ne prendre que 3 stations de référence “en étoile” sont repris sur la figure 11. Nous constatons que les dimensions de l’ellipsoïde d’erreur sont environ 2 à 3 fois supérieures avec notamment 35 mm sur la hauteur ellipsoïdale, ce qui s’explique par le fait que l’ensemble des contraintes appliquées lors de la phase d’ajustement rejaillissent sur ce point, aucun autre point n’étant laissé libre.

La différence de coordonnées 3D avec la stratégie “évoluée” en réseau n’est cependant que de 5.1 mm, le principal inconvénient de cette méthode “en étoile” étant son absence de contrôle. Après avoir fait le tour des méthodes statiques (récepteur immobile), nous nous intéresserons dans un prochain article aux levés cinématiques, c’est-à-dire aux levés réalisés lorsque le mobile quitte son état stationnaire pour réaliser ses mesures en mouvement. ●

## Contacts

Romain LEGROS Directeur Général de la société GEODATA DIFFUSION  
r.legros@orpheon.biz

Laurent MOREL Maître de conférences à l’ESGT  
laurent.morel@esgt.cnam.fr

Flavien VIGUIER Direction de l’ingénierie de la SNCF  
flavien.viguier@sncf.fr

Florian BIROT - Responsable technique de la société GEODATA DIFFUSION  
florian.birotd@geoaction.eu

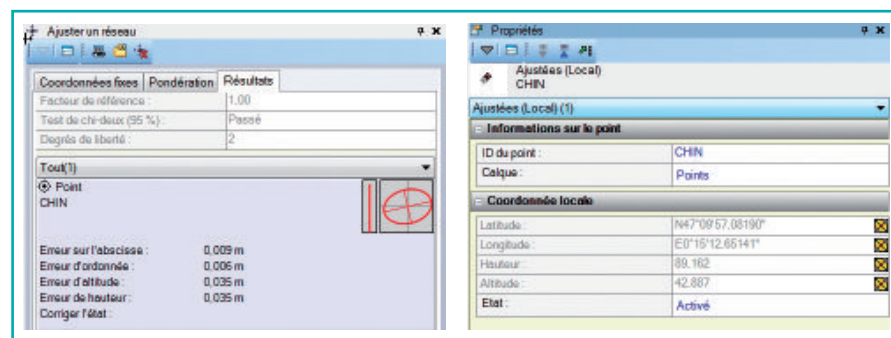


Figure 11. Résultats pour la station CHIN pour le cas simple “en étoile”.